



**INVALSI** Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione

*Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004*

# **ESEMPI DI DOMANDE INVALSI DI MATEMATICA AL TERMINE DEL SECONDO CICLO DI ISTRUZIONE**

---



Domande comuni di “manutenzione” e “ricontestualizzazione” .....	2
Dati e previsioni.....	2
Spazio e figure.....	6
Numeri .....	11
Relazioni e funzioni .....	14
Domande specifiche per il Liceo scientifico .....	19
Domande specifiche per il Liceo scientifico e per gli Istituti tecnici .....	23



## Domande comuni di “manutenzione” e “ricontestualizzazione”

### Dati e previsioni

#### DP1

**Domanda**

Ogni esame universitario ha un “peso” dato dal numero di CFU (Crediti Formativi Universitari). La *media pesata* dei voti degli esami sostenuti si calcola nel modo seguente:

- si moltiplica il voto di ciascun esame per il relativo numero di CFU
- si sommano tutti i prodotti così ottenuti
- si divide il risultato per il numero totale di CFU

Nella seguente tabella sono riportati i voti dei primi tre esami sostenuti da Giovanna.

	Voto	Numero di CFU
esame 1	25	12
esame 2	20	6
esame 3	23	3
esame 4	?	12

Quale voto deve prendere Giovanna nel prossimo esame (esame 4) da 12 CFU per avere una *media pesata* uguale a 25?

Digita la risposta alla domanda.

Risposta:

**Risposta corretta:** 28

**Formato:** Risposta aperta univoca

**Ambito:** Dati e previsioni

**Traguardo:** Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.

**Dimensione:** Conoscere

**Linee Guida e Indicazioni Nazionali:** Valori medi e misure di variabilità. Calcolare i valori medi e alcune misure di variabilità di una distribuzione. *Definizioni e proprietà dei valori medi e delle misure di variabilità, nonché l'uso di strumenti di calcolo (calcolatrice, foglio di calcolo) per analizzare raccolte di dati e serie statistiche.*



**Scopo della domanda:** Trovare un dato mancante in un insieme di dati conoscendone la media pesata.

**Commento:** La domanda DP1 è una domanda di “manutenzione” sul concetto di media ponderata in un contesto che potrebbe risultare vicino a studenti che si apprestano a terminare il secondo ciclo di studi. Utilizzando la definizione di media ponderata, che viene richiamata nel testo della domanda, si tratta di impostare un’equazione per determinare un dato mancante.

## DP2

<p>Domanda</p> <p>In uno studio clinico è stato messo a punto e somministrato a un campione estratto da una popolazione, un test per diagnosticare una malattia. I risultati del test sul campione sono riportati in tabella.</p> <table border="1"><thead><tr><th></th><th>Malati</th><th>Sani</th><th>TOTALE</th></tr></thead><tbody><tr><th>Test positivo</th><td>95</td><td>105</td><td>200</td></tr><tr><th>Test negativo</th><td>5</td><td>795</td><td>800</td></tr><tr><th>TOTALE</th><td>100</td><td>900</td><td></td></tr></tbody></table>		Malati	Sani	TOTALE	Test positivo	95	105	200	Test negativo	5	795	800	TOTALE	100	900		<p>Domanda 1/3</p> <p>Qual è la percentuale di persone malate nel campione?</p> <p>Fai riferimento alla tabella a sinistra e digita la risposta alla domanda.</p> <p>Risposta: <input type="text"/> %.</p>
	Malati	Sani	TOTALE														
Test positivo	95	105	200														
Test negativo	5	795	800														
TOTALE	100	900															

**Risposta corretta:** 10

**Formato:** Risposta aperta univoca

**Ambito:** Dati e previsioni

**Traguardo:** Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati, anche calcolando indici, per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni.

**Dimensione:** Risolvere problemi

**Linee Guida e Indicazioni Nazionali:** Dati, loro organizzazione e rappresentazione. Raccogliere, organizzare e rappresentare un insieme di dati. *Rappresentare e analizzare in diversi modi (anche utilizzando strumenti informatici) un insieme di dati, scegliendo le rappresentazioni più idonee.*

**Scopo della domanda:** Elaborare i dati di una tabella per ricavare informazioni.



<p>Domanda</p> <p>In uno studio clinico è stato messo a punto e somministrato a un campione estratto da una popolazione, un test per diagnosticare una malattia. I risultati del test sul campione sono riportati in tabella.</p> <table border="1"><thead><tr><th></th><th>Malati</th><th>Sani</th><th>TOTALE</th></tr></thead><tbody><tr><th>Test positivo</th><td>95</td><td>105</td><td>200</td></tr><tr><th>Test negativo</th><td>5</td><td>795</td><td>800</td></tr><tr><th>TOTALE</th><td>100</td><td>900</td><td></td></tr></tbody></table>		Malati	Sani	TOTALE	Test positivo	95	105	200	Test negativo	5	795	800	TOTALE	100	900		<p>Domanda 2/3</p> <p>Qual è la probabilità che una persona malata sia risultata negativa al test? Esprimi il risultato in percentuale.</p> <p>Fai riferimento alla tabella a sinistra e digita la risposta alla domanda.</p> <p>Risposta: <input type="text"/> %.</p>
	Malati	Sani	TOTALE														
Test positivo	95	105	200														
Test negativo	5	795	800														
TOTALE	100	900															

**Risposta corretta:** 5

**Formato:** Risposta aperta univoca

**Ambito:** Dati e previsioni

**Traguardo:** Esprime valutazioni e stime di probabilità in situazioni caratterizzate da incertezza. Esprime stime di probabilità di eventi composti a partire dalla conoscenza delle probabilità di eventi elementari.

**Dimensione:** Risolvere problemi

**Linee Guida e Indicazioni Nazionali:** Significato della probabilità e sue valutazioni. Semplici spazi (discreti) di probabilità: eventi disgiunti, probabilità composta, eventi indipendenti. *Nozione di probabilità, con esempi tratti da contesti classici e con l'introduzione di nozioni di statistica.*

**Scopo della domanda:** elaborare i dati di una tabella per calcolare una probabilità.

<p>Domanda</p> <p>In uno studio clinico è stato messo a punto e somministrato a un campione estratto da una popolazione, un test per diagnosticare una malattia. I risultati del test sul campione sono riportati in tabella.</p> <table border="1"><thead><tr><th></th><th>Malati</th><th>Sani</th><th>TOTALE</th></tr></thead><tbody><tr><th>Test positivo</th><td>95</td><td>105</td><td>200</td></tr><tr><th>Test negativo</th><td>5</td><td>795</td><td>800</td></tr><tr><th>TOTALE</th><td>100</td><td>900</td><td></td></tr></tbody></table>		Malati	Sani	TOTALE	Test positivo	95	105	200	Test negativo	5	795	800	TOTALE	100	900		<p>Domanda 3/3</p> <p>Si definisce <i>falso positivo</i> una persona sana che risulta positiva al test. Qual è la probabilità che una persona che ha partecipato al test sia un <i>falso positivo</i>?</p> <p>Fai riferimento alla tabella a sinistra e clicca su una delle alternative.</p> <p>A <input type="radio"/> <math>\frac{95}{100}</math></p> <p>B <input type="radio"/> <math>\frac{105}{900}</math></p> <p>C <input type="radio"/> <math>\frac{105}{1000}</math></p> <p>D <input type="radio"/> <math>\frac{200}{900}</math></p>
	Malati	Sani	TOTALE														
Test positivo	95	105	200														
Test negativo	5	795	800														
TOTALE	100	900															

**Risposta corretta:** C

**Formato:** Scelta multipla

**Ambito:** Dati e previsioni



**Traguardo:** Esprime valutazioni e stime di probabilità in situazioni caratterizzate da incertezza. Esprime stime di probabilità di eventi composti a partire dalla conoscenza delle probabilità di eventi elementari.

**Dimensione:** Risolvere problemi

**Linee Guida e Indicazioni Nazionali:** Significato della probabilità e sue valutazioni. Semplici spazi (discreti) di probabilità: eventi disgiunti, probabilità composta, eventi indipendenti. *Nozione di probabilità, con esempi tratti da contesti classici e con l'introduzione di nozioni di statistica.*

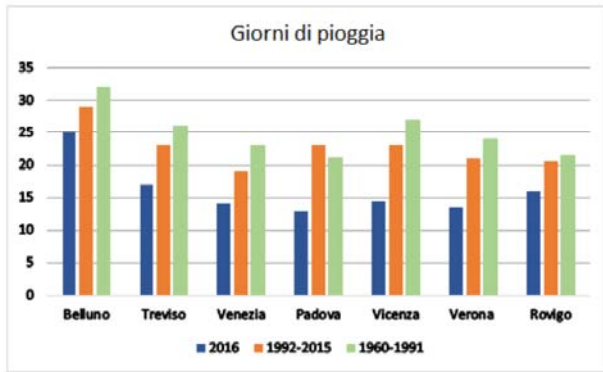
**Scopo della domanda:** elaborare i dati di una tabella per calcolare una probabilità.

**Commento:** La domanda DP2 è una domanda di “manutenzione”, composta da tre item, nella quale si propone la lettura di una tabella a doppia entrata. In maniera graduale si passa dalla richiesta di calcolo di una percentuale al calcolo di una probabilità.

## DP3

Domanda

Il diagramma a barre rappresenta il numero di giorni di pioggia nel 2016 e la media annuale del numero dei giorni di pioggia nei periodi 1992-2015 e 1960-1991 nei capoluoghi di provincia del Veneto.



Città	2016	1992-2015	1960-1991
Belluno	25	28	32
Treviso	17	23	26
Venezia	14	19	23
Padova	13	23	21
Vicenza	14	23	27
Verona	13	21	24
Rovigo	16	20	22

Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni, riferite ai dati del diagramma a barre, è vera (V) oppure falsa (F).

Fai riferimento al grafico a sinistra e clicca su una alternativa in ogni riga.

	V	F
1. In tutte le città nell'anno 2016 ci sono stati meno giorni di pioggia della media relativa al periodo 1960-1991	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Nel 2016 a Rovigo ci sono stati meno giorni di pioggia che a Venezia	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Confrontando il periodo 1992-2015 con il 2016, la città che ha avuto la maggiore diminuzione di giorni di pioggia è Padova	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**Risposta corretta:** V – F – V

**Formato:** Scelta multipla complessa

**Ambito:** Dati e previsioni

**Traguardo:** Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati, anche calcolando indici, per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni.

**Dimensione:** Risolvere problemi



**Linee Guida e Indicazioni Nazionali:** Dati, loro organizzazione e rappresentazione. Raccogliere, organizzare e rappresentare un insieme di dati. *Rappresentare e analizzare in diversi modi (anche utilizzando strumenti informatici) un insieme di dati, scegliendo le rappresentazioni più idonee.*

**Scopo della domanda:** Dedurre informazioni da un diagramma a barre.

**Commento:** La domanda DP3 è una domanda di “manutenzione” nella quale sono richieste competenze di lettura e di confronto di dati rappresentati mediante diagrammi a barre. Tali competenze di base spesso si trovano nelle prove di tutti i gradi scolari.

## Spazio e figure

### SF1

**Domanda**

Un imbianchino deve tinteggiare con lo stesso tipo di vernice le pareti dei salotti del sig. Bianchi e del sig. Rossi che abitano nello stesso palazzo. Le due stanze avevano inizialmente la stessa pianta (*Figura 1*); successivamente il signor Rossi ha modificato la pianta del suo salotto come risulta nella *Figura 2*.

altezza stanza = 2,80 m

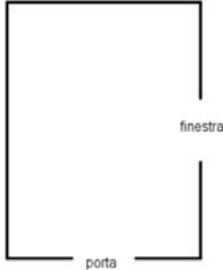


Figura 1

altezza stanza = 2,80 m

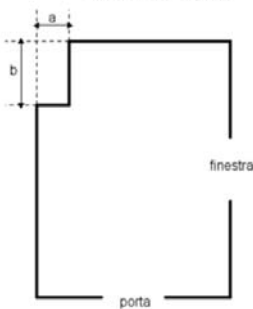


Figura 2

Fai riferimento alla figura a sinistra e clicca su una delle alternative.

**La spesa per la tinteggiatura**

A  è la stessa per il signor Bianchi e per il signor Rossi

B  è maggiore per il signor Rossi

C  è maggiore per il signor Bianchi

D  dipende dalle misure di a e b

**Risposta corretta:** A

**Formato:** Scelta multipla

**Ambito:** Spazio e figure

**Traguardo:** Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.

**Dimensione:** Risolvere problemi

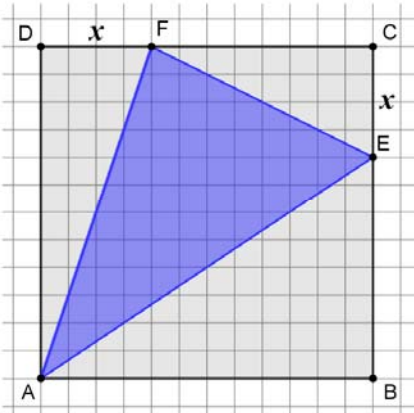
**Linee Guida e Indicazioni Nazionali:** Nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio. *Conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano. Elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio.*



**Scopo della domanda:** Riconoscere l'isoperimetria di due figure di area diversa.

**Commento:** La domanda SF1 è una domanda di "manutenzione" di geometria elementare che fa riferimento a un problema in contesto reale; per rispondere correttamente, occorre riconoscere che le due figure sono isoperimetriche.

## SF2

<p>Domanda</p> <p>In un quadrato ABCD di lato 12 cm è inscritto un triangolo AEF.</p> 	<p>Domanda 1/2</p> <p><math>DF = CE = x</math>.</p> <p>Se <math>x = 4</math> cm, qual è l'area del triangolo AEF?</p> <p>Fai riferimento alla figura a sinistra e digita la risposta alla domanda.</p> <p>Risposta: <input type="text"/> cm<sup>2</sup></p>
--	---

**Risposta corretta:** 56

**Formato:** Risposta aperta univoca

**Ambito:** Spazio e figure

**Traguardo:** Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi.

**Dimensione:** Conoscere

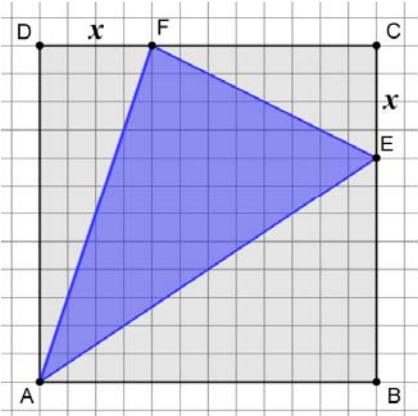
**Linee Guida e Indicazioni Nazionali:** Nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio. *Conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano. Elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio.*

**Scopo della domanda:** Calcolare l'area di un triangolo per scomposizione.





**Domanda**  
In un quadrato ABCD di lato 12 cm è inscritto un triangolo AEF.



**Domanda 2/2**  
Immagina ora che i punti F e E si muovano lungo i lati del quadrato ABCD.  
L'area del triangolo AEF, al variare di  $x$  tra 0 e 12, è descritta dall'espressione  
 $A = \frac{1}{2}x^2 - 6x + 72$ .

Fai riferimento alla figura a sinistra e indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).  
Per rispondere clicca su una alternativa in ogni riga.

	V	F
1. Se $x = 0$ , l'area del triangolo AEF è uguale alla metà dell'area del quadrato	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. L'area del triangolo AEF per $x = 4$ è minore dell'area del triangolo per $x = 8$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Se $x = 6$ , l'area del triangolo AEF è minima	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**Risposta corretta:** V – F – V

**Formato:** Scelta multipla complessa

**Ambito:** Spazio e figure

**Traguardo:** Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).

**Dimensione:** Conoscere

**Linee Guida e Indicazioni Nazionali:** Nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio. *Conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano. Elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio.*


Le funzioni e la loro rappresentazione (numerica, funzionale, grafica). Funzioni di vario tipo (lineari, quadratiche, circolari, di proporzionalità diretta e inversa). Rappresentare sul piano cartesiano le principali funzioni incontrate. Studiare le funzioni  $f(x) = ax + b$  e  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . *Le funzioni del tipo  $f(x) = ax + b$ ,  $f(x) = |x|$ ,  $f(x) = a/x$ ,  $f(x) = x^2$  sia in termini strettamente matematici sia in funzione della descrizione e soluzione di problemi applicativi.*

**Scopo della domanda:** Valutare la variazione dell'area di un triangolo seguendo diversi possibili approcci.

**Commento:** La domanda SF2 è composta da due item. Il primo è un item di "manutenzione", che prende ispirazione da una domanda della Prova Nazionale del 2012, dove si deve determinare, ad esempio per differenza, l'area di un triangolo inscritto in un quadrato. Il secondo item può essere considerato invece di "ricontestualizzazione" in quanto propone l'equazione di una funzione di secondo grado che può essere utilizzata per determinare il valore di verità di alcune affermazioni riguardanti l'area di un triangolo che si modifica al variare di  $x$ .



## SF3

<p><b>Domanda</b></p> <p>Osserva la foto scattata a Roma alle ore 11.20 del 23 settembre. L'altezza del palo è di 1,12 m e la sua ombra misura 1,26 m.</p> 	<p><b>Domanda 1/2</b></p> <p>Nello stesso istante un albero, verticale rispetto al terreno, proietta vicino al palo un'ombra che misura 8,1 m.</p> <p>Qual è l'altezza dell'albero?</p> <p>Scrivi il risultato con una cifra dopo la virgola.</p> <p><i>Digita la risposta alla domanda.</i></p> <p>Risposta: <input type="text"/> m</p>
---	--

**Risposta corretta:** 7,2

**Formato:** Risposta aperta univoca

**Ambito:** Spazio e figure

**Traguardo:** Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.

**Dimensione:** Risolvere problemi

**Linee Guida e Indicazioni Nazionali:** Nozioni fondamentali di geometria del piano e dello spazio. *Conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano. Elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio.*

**Scopo della domanda:** Calcolare una lunghezza in un contesto reale utilizzando una similitudine.



Domanda

Osserva la foto scattata a Roma alle ore 11.20 del 23 settembre.  
L'altezza del palo è di 1,12 m e la sua ombra misura 1,26 m.



Domanda 2/2

Il palo e la sua ombra individuano i cateti del triangolo rettangolo  $ABC$ .



Quale tra le seguenti relazioni permette di calcolare l'ampiezza dell'angolo  $\widehat{ABC}$  ?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A   $\tan(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{AB}$
- B   $\sin(\widehat{ABC}) = \frac{AC}{AB}$
- C   $\sin(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{AC}$
- D   $\tan(\widehat{ABC}) = \frac{AB}{AC}$

**Risposta corretta:** A

**Formato:** Scelta multipla

**Ambito:** Spazio e figure

**Traguardo:** Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi.

**Dimensione:** Conoscere

**Linee Guida e Indicazioni Nazionali:** Teorema dei seni e dei coseni. Applicare la trigonometria nei problemi riguardanti i triangoli. *I teoremi che permettono la risoluzione dei triangoli e il loro uso nell'ambito di altre discipline.*

**Scopo della domanda:** Applicare la definizione di tangente di un angolo come rapporto tra cateto opposto e cateto adiacente all'angolo in un triangolo rettangolo

**Commento:** La domanda SF3 fa riferimento a un contesto reale ed è composta da due item. Il primo item richiede di riconoscere la similitudine tra due triangoli per stimare una lunghezza ed è quindi di "manutenzione", mentre il secondo item testa una conoscenza di base da secondo biennio relativa alle definizioni delle funzioni goniometriche in un triangolo rettangolo.



## Numeri

### NU1

#### Domanda

La distanza media tra la Terra e il Sole è circa  $1,5 \times 10^{11}$  m.

La distanza media tra la Terra e la Luna è circa  $3,8 \times 10^8$  m.

Che relazione c'è tra la distanza media della Terra dal Sole e la distanza media della Terra dalla Luna?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A  La distanza media tra la Terra e il Sole è circa il doppio della distanza media tra la Terra e la Luna
- B  La distanza media tra la Terra e il Sole è circa il triplo della distanza media tra la Terra e la Luna
- C  La distanza media tra la Terra e il Sole è circa 1000 volte la distanza media tra la Terra e la Luna
- D  La distanza media tra la Terra e il Sole è circa 400 volte la distanza media tra la Terra e la Luna

**Risposta corretta:** D

**Formato:** Scelta multipla

**Ambito:** Numeri

**Traguardo:** Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.

**Dimensione:** Conoscere

**Linee Guida e Indicazioni Nazionali:** Le operazioni con i numeri interi e razionali. Operare con i numeri interi e razionali e valutare l'ordine di grandezza dei risultati. *Calcolo (mentale, con carta e penna, mediante strumenti) con i numeri interi, con i numeri razionali sia nella scrittura come frazione che nella rappresentazione decimale.*

Potenze e radici. Calcolare semplici espressioni con potenze e radicali. *I numeri irrazionali e le espressioni in cui essi compaiono.*

**Scopo della domanda:** Stimare un rapporto tra numeri in notazione scientifica

**Commento:** La domanda NU1 è una domanda di "manutenzione" in cui occorre stimare un rapporto tra numeri espressi in notazione scientifica, lavorando sia sulla stima del rapporto tra 1,5 e 3,8 sia con le proprietà delle potenze.



## NU2

### Domanda

Il tipo di pasta che normalmente è acquistato da Giovanna ha lo stesso prezzo in due negozi A e B. Questa settimana il negozio A pratica uno sconto del 25% e il negozio B fa l'offerta "compri tre e paghi due". In quale negozio le conviene comprare la pasta se deve acquistarne 6 confezioni?

Scegli una delle due risposte e completa la frase.

*Digita la risposta alla domanda nella casella corretta.*

Nel negozio A, perché

Nel negozio B, perché

**Risposta corretta:** per esempio *"Nel negozio B, perché "compri tre e paghi due" corrisponde a uno sconto circa del 33% che è maggiore del 25%"*.

**Formato:** Risposta aperta articolata

**Ambito:** Numeri

**Traguardo:** Produce argomentazioni esplicitando la tesi, utilizzando conoscenze e forme argomentative pertinenti alla tesi oggetto di argomentazione.

**Dimensione:** Argomentare

**Linee Guida e Indicazioni Nazionali:** Rapporti e percentuali. *Proporzionalità diretta e inversa.*

**Scopo della domanda:** Confrontare due sconti espressi in modo differente.

**Commento:** La domanda NU2 è una domanda di "manutenzione" sul calcolo delle percentuali in un contesto di vita quotidiana. La domanda è di tipo argomentativo e per rispondere correttamente occorre confrontare una percentuale di sconto con un'offerta di vendita descritta attraverso un'espressione di uso comune in ambito commerciale.



## NU3

Domanda

Nell'insieme dei numeri reali considera l'equazione  $2^x = k$

Completa le frasi sul numero di soluzioni dell'equazione selezionando l'alternativa corretta per ciascun valore di  $k$ .

Per rispondere scegli un'alternativa da ciascun menu a tendina.

Se  $k = 1$  l'equazione

Se  $k = 0$  l'equazione

Se  $k = -1$  l'equazione

**Risposta corretta:** ha una sola soluzione – non ha soluzione – non ha soluzione

**Formato:** Scelta multipla complessa

**Ambito:** Numeri

**Traguardo:** Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.

**Dimensione:** Conoscere

**Linee Guida e Indicazioni Nazionali:** Risolvere equazioni e disequazioni relative a funzioni goniometriche, esponenziali, logaritmiche, funzioni modulo con metodi grafici o numerici anche con l'aiuto di strumenti elettronici.

*Casi semplici e significativi di equazioni e disequazioni in cui compaiono funzioni polinomiali, razionali, circolari, esponenziale e logaritmo.*

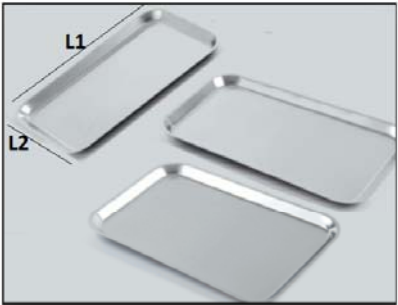
**Scopo della domanda:** Individuare l'insieme di soluzioni di una equazione esponenziale parametrica.

**Commento:** La domanda NU3 è una domanda di "ricontestualizzazione" in cui si richiede di riconoscere il numero di soluzioni di una equazione esponenziale parametrica al variare del parametro. La risposta corretta può essere data conoscendo le proprietà della funzione esponenziale.



## Relazioni e funzioni

### RF1

<p><b>Domanda</b></p> <p>Un negozio di articoli per la casa vende dei vassoi rettangolari di diverse dimensioni.</p>  <p>Il prezzo <math>p</math> (in euro) di un vassoio dipende dalle dimensioni (in cm) secondo la formula:</p> $p = \frac{L1 \times L2}{20}$	<p><b>Domanda 1/2</b></p> <p>Facendo riferimento alla formula, indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).</p> <p>Per rispondere clicca su una alternativa in ogni riga.</p> <table border="1"><thead><tr><th></th><th>V</th><th>F</th></tr></thead><tbody><tr><td>1. Il prezzo di un vassoio aumenta se aumenta la sua superficie</td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td></tr><tr><td>2. Il prezzo di un vassoio di dimensioni 30 cm × 20 cm è 6 euro</td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td></tr><tr><td>3. Se due vassoi costano uno la metà dell'altro, allora le dimensioni dell'uno sono la metà delle dimensioni dell'altro</td><td><input type="radio"/></td><td><input type="radio"/></td></tr></tbody></table>		V	F	1. Il prezzo di un vassoio aumenta se aumenta la sua superficie	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	2. Il prezzo di un vassoio di dimensioni 30 cm × 20 cm è 6 euro	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	3. Se due vassoi costano uno la metà dell'altro, allora le dimensioni dell'uno sono la metà delle dimensioni dell'altro	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
	V	F											
1. Il prezzo di un vassoio aumenta se aumenta la sua superficie	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>											
2. Il prezzo di un vassoio di dimensioni 30 cm × 20 cm è 6 euro	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>											
3. Se due vassoi costano uno la metà dell'altro, allora le dimensioni dell'uno sono la metà delle dimensioni dell'altro	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>											

**Risposta corretta:** V – F – F

**Formato:** Scelta multipla complessa

**Ambito:** Relazioni e funzioni

**Traguardo:** Utilizza semplici modelli matematici dati per descrivere situazioni e fenomeni reali.

**Dimensione:** Risolvere problemi

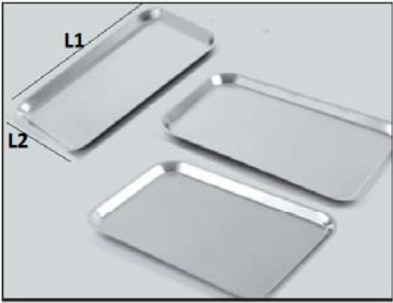
**Linee Guida e Indicazioni Nazionali:** Le espressioni letterali e i polinomi. Padroneggiare l'uso della lettera come mero simbolo e come variabile. *Elementi di base del calcolo letterale. Calcoli con le espressioni letterali sia per rappresentare un problema (mediante un'equazione, disequazioni o sistemi) e risolverlo, sia per dimostrare risultati generali, in particolare in aritmetica.*

**Scopo della domanda:** Ricavare informazioni interpretando una formula.



**Domanda**

Un negozio di articoli per la casa vende dei vassoi rettangolari di diverse dimensioni.



Il prezzo  $p$  (in euro) di un vassoio dipende dalle dimensioni (in  $cm$ ) secondo la formula:

$$p = \frac{L1 \times L2}{20}$$

**Domanda 2/2**

Il prezzo di un vassoio è 20 euro e  $L1 = 40\text{ cm}$ .

Quanto misura  $L2$  ?

A  20  $cm$

B  10  $cm$

C  36  $cm$

D  18  $cm$

**Risposta corretta:** B

**Formato:** Scelta multipla semplice

**Ambito:** Relazioni e funzioni

**Traguardo:** Utilizza semplici modelli matematici dati per descrivere situazioni e fenomeni reali.

**Dimensione:** Risolvere problemi

**Linee Guida e Indicazioni Nazionali:** Le espressioni letterali e i polinomi. Padroneggiare l'uso della lettera come mero simbolo e come variabile. *Elementi di base del calcolo letterale. Calcoli con le espressioni letterali sia per rappresentare un problema (mediante un'equazione, disequazioni o sistemi) e risolverlo, sia per dimostrare risultati generali, in particolare in aritmetica.*

**Scopo della domanda:** Ricavare il valore di una variabile a partire da una formula data.

**Commento:** La domanda RF1 è una domanda di "manutenzione" formata da due item nei quali si richiede di usare una formula che modella una situazione in un contesto reale. In particolare per stabilire la verità delle affermazioni descritte nel primo item è necessario utilizzare la formula data in maniera diretta mentre per rispondere al secondo item occorre saperne ricavare una formula inversa.





## RF2

<b>Domanda</b> Un comune propone un servizio di noleggio giornaliero di auto per una percorrenza massima di 300 km. Il noleggio prevede un costo fisso di 20 euro ed un costo variabile che dipende dal numero di chilometri che si percorrono.	<b>Domanda 1/2</b> Alessandro noleggia un'auto e percorre 100 km. Quanto spende? <i>Digita la risposta alla domanda.</i> Risposta: <input type="text"/> €						
<table border="1"><tr><td>Costo fisso</td><td>20 euro</td></tr><tr><td>Costo variabile al km per i primi 100 km</td><td>0,65 euro al km</td></tr><tr><td>Costo variabile per ogni km oltre i primi 100</td><td>0,4 euro al km</td></tr></table>	Costo fisso	20 euro	Costo variabile al km per i primi 100 km	0,65 euro al km	Costo variabile per ogni km oltre i primi 100	0,4 euro al km	
Costo fisso	20 euro						
Costo variabile al km per i primi 100 km	0,65 euro al km						
Costo variabile per ogni km oltre i primi 100	0,4 euro al km						

**Risposta corretta:** 85

**Formato:** Risposta aperta univoca

**Ambito:** Relazioni e funzioni

**Traguardo:** Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.

**Dimensione:** Risolvere problemi

**Linee Guida e Indicazioni Nazionali:** Funzioni. Negli Istituti tecnici del settore tecnologico e negli Istituti professionali: funzioni polinomiali; funzioni razionali e irrazionali; funzione modulo; funzioni esponenziali e logaritmiche; funzioni periodiche. Negli Istituti tecnici del settore economico: funzioni di uso comune nelle scienze economiche e sociali e loro rappresentazione grafica. *Le funzioni elementari dell'analisi e i loro grafici; funzioni polinomiali, razionali, circolari, esponenziale e logaritmo.*

**Scopo della domanda:** Calcolare il valore di una funzione in un punto, descritta attraverso il linguaggio verbale.



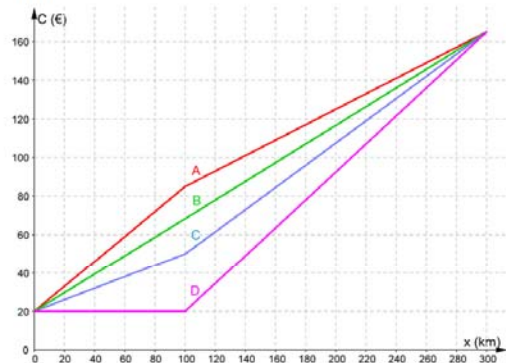
Domanda

Un comune propone un servizio di noleggio giornaliero di auto per una percorrenza massima di 300 km. Il noleggio prevede un costo fisso di 20 euro ed un costo variabile che dipende dal numero di chilometri che si percorrono.

Costo fisso	20 euro
Costo variabile al km per i primi 100 km	0,65 euro al km
Costo variabile per ogni km oltre i primi 100	0,4 euro al km

Domanda 2/2

Nella figura seguente sono rappresentati i grafici di quattro contratti di autonoleggio.



Scegli quello che corrisponde alla proposta del comune.

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A  Grafico A
- B  Grafico B
- C  Grafico C
- D  Grafico D

**Risposta corretta:** A

**Formato:** Scelta multipla semplice

**Ambito:** Relazioni e funzioni

**Traguardo:** Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).

**Dimensione:** Conoscere

**Linee Guida e Indicazioni Nazionali:** Costruire modelli matematici di fenomeni. *Metodologie elementari per la costruzione di modelli matematici in casi molto semplici ma significativi.*

**Scopo della domanda:** Individuare la rappresentazione grafica del modello descritto.

**Commento:** La domanda RF2 è una domanda di "ricontestualizzazione" composta da due item e propone un modello lineare a tratti attraverso una tabella che illustra uno schema di costo per il noleggio giornaliero di un'auto. Nel primo item si chiede un calcolo diretto desumibile dalla lettura della tabella, mentre nel secondo item si chiede di individuare il grafico corrispondente alla situazione descritta, individuando la spezzata che rappresenta il costo del noleggio.



### RF3

Domanda

La retta di equazione  $y = mx$  interseca la parabola di equazione  $y = x^2 - 2x + 1$  nel punto A di ascissa 3.

Qual è il valore del coefficiente angolare (o pendenza)  $m$  della retta?

Digita la risposta alla domanda.

Risposta:  $m =$

**Risposta corretta:**  $\frac{4}{3}$

**Formato:** Risposta aperta univoca

**Ambito:** Relazioni e funzioni

**Traguardo:** Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati.

**Dimensione:** Risolvere problemi

**Linee Guida e Indicazioni Nazionali:** Le funzioni e la loro rappresentazione (numerica, funzionale, grafica). Funzioni di vario tipo (lineari, quadratiche, circolari, di proporzionalità diretta e inversa). Rappresentare sul piano cartesiano le principali funzioni incontrate. Studiare le funzioni  $f(x) = ax + b$  e  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

*Le funzioni del tipo  $f(x) = ax + b$ ,  $f(x) = |x|$ ,  $f(x) = a/x$ ,  $f(x) = x^2$  sia in termini strettamente matematici sia in funzione della descrizione e soluzione di problemi applicativi.*

**Scopo della domanda:** Determinare la pendenza di una retta riconoscendo che passa per un punto comune ad una parabola.

**Commento:** La RF3 è una domanda di “ricontestualizzazione” in stretta continuità con le richieste fatte nel Grado 10. Per rispondere alla domanda occorre determinare l’ordinata di un punto di una parabola di equazione nota conoscendone l’ascissa e poi determinare la pendenza di una retta passante per l’origine e per quel punto.



## Domande specifiche per il Liceo scientifico

### DP1\_S

Domanda

I test clinici sono soggetti a errore: a volte non rilevano una malattia in persone malate e a volte la rilevano in persone sane.

Una malattia colpisce il 2% delle persone di una popolazione. Un test clinico risulta positivo, cioè rileva la malattia, nel 90% delle persone malate e nell'1% delle persone sane. La situazione è descritta dal diagramma ad albero seguente.

```
graph LR; A[2%] --- B[malati]; A --- C[98%] --- D[sani]; B --- E[90%] --- F[test positivo]; B --- G[10%] --- H[test negativo]; D --- I[1%] --- J[test positivo]; D --- K[99%] --- L[test negativo]
```

Un individuo della popolazione si è sottoposto al test che è risultato positivo. Qual è la probabilità che l'individuo sia malato? Approssima il risultato in forma percentuale inserendo una cifra in ogni casella.

Digita ciascun valore nella casella corretta.

Risultato:  %

**Risposta corretta:** 64,75 (accettabile anche 64,74)

**Formato:** Risposta aperta univoca

**Ambito:** Dati e previsioni

**Traguardo:** Esprime valutazioni e stime di probabilità in situazioni caratterizzate da incertezza. Esprime stime di probabilità di eventi composti a partire dalla conoscenza delle probabilità di eventi elementari.

**Dimensione:** Risolvere problemi

**Indicazioni Nazionali:** Probabilità condizionata e composta, la formula di Bayes e le sue applicazioni, nonché gli elementi di base del calcolo combinatorio.

**Scopo della domanda:** Applicare il teorema di Bayes per calcolare una probabilità.

**Commento:** La domanda DP1\_S è una domanda nella quale la situazione problematica è descritta sia in un testo verbale sia attraverso un diagramma ad albero; per rispondere correttamente si può utilizzare il teorema di Bayes: il diagramma ad albero può supportare possibili strategie risolutive o di controllo.



## SF1\_S

**Domanda**

Nello spazio sono dati due piani,  $\alpha$  e  $\beta$ , che si intersecano in una retta  $r$ .

Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

Per rispondere clicca su una alternativa in ogni riga.

	V	F
1. Una retta $s$ che non interseca la retta $r$ necessariamente interseca almeno uno dei due piani	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. Considera sul piano $\alpha$ il punto $A$ non appartenente alla retta $r$ . Una retta $s$ , che passa per $A$ e interseca $r$ , giace sul piano $\alpha$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. Un piano $\pi$ che non interseca la retta $r$ interseca almeno uno dei due piani $\alpha$ e $\beta$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**Risposta corretta:** F – V – V

**Formato:** Scelta multipla complessa

**Ambito:** Spazio e figure

**Traguardo:** Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi.

**Dimensione:** Conoscere

**Indicazioni Nazionali:** *Conoscenza dei fondamenti della geometria euclidea del piano. Elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio.*

**Scopo della domanda:** Riconoscere mutue posizioni di rette e piani nello spazio.

**Commento:** La domanda SF1\_S richiede di saper visualizzare nello spazio la posizione reciproca di rette e piani senza che venga data una rappresentazione grafica delle situazioni descritte a parole e senza che vengano date equazioni esplicite.



## NU1\_S

### Domanda

Considera la funzione  $y = \log_2(x)$  definita nei numeri reali positivi.

Per rispondere clicca su una delle alternative.

Sia  $c$  la soluzione dell'equazione  $\log_2(x) = -x$ . Allora

- A   $-2 < c < -1$
- B   $-1 < c < 0$
- C   $0 < c < 1$
- D   $1 < c < 2$

**Risposta corretta:** C

**Formato:** Scelta multipla

**Ambito:** Numeri

**Traguardo:** Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni.

**Dimensione:** Conoscere

**Indicazioni Nazionali:** Casi semplici e significativi di equazioni e disequazioni in cui compaiono funzioni polinomiali, razionali, circolari, esponenziale e logaritmo.

**Scopo della domanda:** Individuare l'intervallo a cui appartiene la soluzione di un'equazione trascendente.

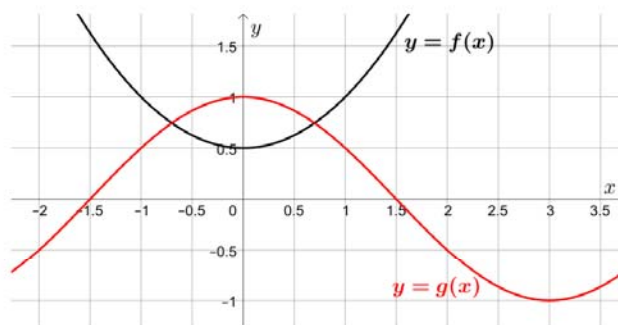
**Commento:** La domanda NU1\_S richiede di individuare l'intervallo a cui appartiene la soluzione di un'equazione che può essere risolta solo in modo approssimato. Per rispondere quindi bisogna conoscere i grafici della funzione  $y = \log_2(x)$  e della funzione  $y = -x$  e sapere che la soluzione dell'equazione è data dall'ascissa del punto di intersezione di tali grafici.



## RF1\_S

### Domanda

Nel piano cartesiano in figura sono disegnati i grafici di due funzioni  $f$  e  $g$ . Il grafico di  $f$  passa per il punto di coordinate  $(0; 0,5)$  e il grafico di  $g$  passa per il punto di coordinate  $(0; 1)$ .



Considera la funzione  $h(x) = f(x) + a$ .

Per quale dei seguenti valori di  $a$  l'equazione  $h(x) = g(x)$  non ammette soluzioni per  $x$  compreso tra  $-1,5$  e  $1,5$ ?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

- A   $a = 0,75$
- B   $a = 0,25$
- C   $a = 0$
- D   $a = 0,5$

**Risposta corretta:** A

**Formato:** Scelta multipla semplice

**Ambito:** Relazioni e funzioni

**Traguardo:** Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).

**Dimensione:** Conoscere

**Indicazioni Nazionali:** Casi semplici e significativi di equazioni e disequazioni in cui compaiono funzioni polinomiali, razionali, circolari, esponenziale e logaritmo.

**Scopo della domanda:** Risolvere per via grafica un'equazione parametrica.

**Commento:** La domanda RF1\_S richiede di riconoscere dall'equazione della funzione  $h$  che il suo grafico si può ottenere con una traslazione di vettore  $[0, a]$  del grafico della funzione  $f$ . Per rispondere bisogna poi individuare il valore di  $a$  per il quale i grafici delle funzioni  $h$  e  $g$  non si intersecano nell'intervallo dato.



## Domande specifiche per il Liceo scientifico e per gli Istituti tecnici

RF1\_ST

<p>Domanda</p> <p>La retta <math>r</math> di equazione <math>y = \frac{3}{2}x - 2</math> è tangente nel punto P di ascissa 2 al grafico della funzione <math>f</math> rappresentato in figura:</p> <p>The graph shows a coordinate system with x-axis from -2 to 5 and y-axis from -3 to 7. A curve labeled 'f' is plotted, passing through the point P(2, 1). A straight line labeled 'r' is tangent to the curve at point P. The line 'r' has a y-intercept at -2 and passes through (2, 1).</p>	<p>Domanda 1/2</p> <p>Quanto vale <math>f(2)</math>?</p> <p>Digita la risposta alla domanda.</p> <p>Risposta: <math>f(2) = </math> <input type="text"/></p>
--	---

**Risposta corretta:** 1

**Formato:** Risposta aperta univoca

**Ambito:** Relazioni e funzioni

**Traguardo:** Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).

**Dimensione:** Conoscere

**Linee Guida e Indicazioni Nazionali:** Funzioni. Negli Istituti tecnici del settore tecnologico e negli Istituti professionali: funzioni polinomiali; funzioni razionali e irrazionali; funzione modulo; funzioni esponenziali e logaritmiche; funzioni periodiche. Negli Istituti tecnici del settore economico: funzioni di uso comune nelle scienze economiche e sociali e loro rappresentazione grafica. *Le funzioni elementari dell'analisi e i loro grafici; funzioni polinomiali, razionali, circolari, esponenziale e logaritmo.*

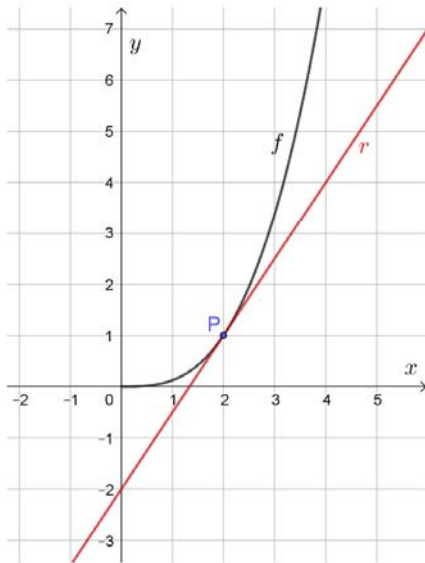
**Scopo della domanda:** Leggere su un grafico il valore di una funzione in un punto del suo dominio.





Domanda

La retta  $r$  di equazione  $y = \frac{3}{2}x - 2$  è tangente nel punto  $P$  di ascissa 2 al grafico della funzione  $f$  rappresentato in figura:



Domanda 2/2

Quanto vale la derivata prima di  $f$  in  $x = 2$ , cioè  $f'(2)$ ?

Digita la risposta alla domanda.

Risposta:  $f'(2) =$

Risposta corretta:  $\frac{3}{2}$

Formato: Risposta aperta univoca

Ambito: Relazioni e funzioni

Traguardo: Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).

Dimensione: Conoscere

Linee Guida e Indicazioni Nazionali: Derivata di una funzione. La nozione di crescita media e il concetto di velocità di variazione di un processo rappresentato mediante una funzione. La derivabilità.

Scopo della domanda: Individuare la derivata di una funzione in un punto utilizzando il suo significato geometrico.

Commento: La domanda RF1\_ST è composta da due item; il primo riguarda la condizione di appartenenza di un punto al grafico di una funzione e quindi può essere considerato di "manutenzione" di una conoscenza che, seppur interna alla matematica, è una conoscenza di base che dovrebbe rimanere fino alla fine di un percorso di studio di scuola secondaria di secondo grado; il secondo item invece riguarda il significato geometrico del concetto di derivata:

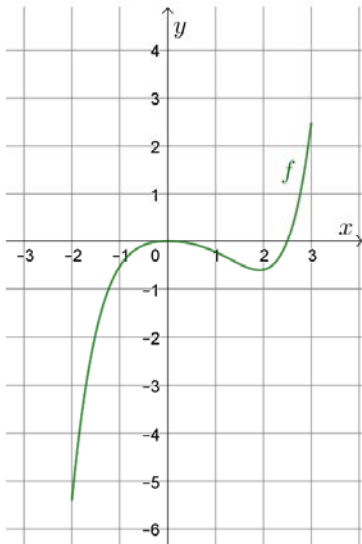


si deve sapere che il valore che la derivata prima di una funzione assume per un certo valore di  $x$  corrisponde alla pendenza della retta tangente al grafico della funzione nel punto di ascissa  $x$ . Le risposte non richiedono particolari tecniche di calcolo, ma solo il possesso di concetti basilari per una buona formazione matematica.

## RF2\_ST

Domanda

La funzione  $f$  è definita e continua nell'intervallo limitato e chiuso  $[-2; 3]$  e il suo grafico è rappresentato in figura.



Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni, relativa alla funzione  $f$ , è vera (V) o falsa (F).

Fai riferimento al grafico e clicca su una alternativa in ogni riga.

	V	F
1. $f(1) > f(2)$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. La funzione $f$ ha un massimo assoluto in $x = 0$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3. La derivata prima della funzione $f$ è negativa per $-2 < x < 2$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4. La funzione $f$ ha un minimo assoluto nell'intervallo $[-2; 3]$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**Risposta corretta:** V – F – F – V

**Formato:** Scelta multipla complessa

**Ambito:** Relazioni e funzioni

**Traguardo:** Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale).

**Dimensione:** Conoscere

**Linee Guida e Indicazioni Nazionali:** Funzioni. Negli Istituti tecnici del settore tecnologico e negli Istituti professionali: funzioni polinomiali; funzioni razionali e irrazionali; funzione modulo; funzioni esponenziali e logaritmiche; funzioni periodiche. Negli Istituti tecnici del settore economico: funzioni di uso comune nelle scienze economiche e sociali e loro rappresentazione grafica. *Le funzioni elementari dell'analisi e i loro grafici; funzioni polinomiali, razionali, circolari, esponenziale e logaritmo.*

Derivata di una funzione. *La nozione di crescita media e il concetto di velocità di variazione di un processo rappresentato mediante una funzione. La derivabilità.*



**Scopo della domanda:** Individuare proprietà di una funzione dal suo grafico.

**Commento:** La domanda RF2\_ST richiede di riconoscere se alcune affermazioni riguardanti le proprietà di una funzione sono vere o false: in particolare richiede di confrontare i valori che la funzione assume in due punti del suo dominio, distinguere tra massimi e minimi assoluti e relativi e mettere in relazione la crescita e la decrescita della funzione con il segno della sua derivata prima.